

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales consta de cinco preguntas que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1

(2 puntos) Determinar el valor o los valores del parámetro  $a$  para los que el siguiente sistema es compatible determinado y resolver el sistema resultante para dicho valor o valores.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = a \\ x + 2y + z = a \\ -x - 2y = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 2

Dados los planos de ecuaciones

$$\pi_1 \equiv x + y + z - 1 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv x - y - 2z + 2 = 0$$

- a) (1 punto) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de dichos planos.  
b) (1 punto) Hallar la ecuación del plano paralelo a  $\pi_1 \equiv x + y + z - 1 = 0$  que pasa por el punto  $(1, -1, 2)$ .

Ejercicio 3

(1 punto) Calcular el valor del parámetro  $a$  para que sea continua la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & \text{si } x \leq 0 \\ 2x^2 - 3a - 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Ejercicio 4

Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x-2)^2}{3x^2-3}$     b) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2-27}{x^2-5x+6}$     c) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3-2x+3}{5x^3-x^2}$

Ejercicio 5

a) (1 punto) Hallar los valores del parámetro  $a$  para los que la siguiente matriz es invertible:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ a & 0 & a^2 \\ 6 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$

b) (1 punto) Determinar las coordenadas del vector del  $v = (v_1, v_2, 0)$  contenido en el plano  $z = 0$  tal que su módulo es 2 y forma con el eje  $OX$  un ángulo igual a  $\alpha$ , sabiendo que  $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

OPCIÓN B

Ejercicio 1

(2 puntos) Hallar las matrices cuadradas de orden dos X e Y que satisfacen las siguientes igualdades:

$$2X + Y = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2X - Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

- a) (1 punto) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que pasa por el punto  $(2, 1, 0)$  y que es perpendicular al plano de ecuación

$$\pi_1 \equiv 2x - y + 3 = 0$$

- b) (1 punto) Hallar la distancia del punto  $(-1, 1, 0)$  al plano  $\pi_1 \equiv 2x - y + 3 = 0$ .  
c) (1 punto) Determinar el vector proporcional a  $(12, 5, 0)$  que tiene módulo 1.

Ejercicio 3

(1 punto) Estudiar la continuidad de la función  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x^2 - e^x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x^3 + x^2 - xe^{x^2} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

Ejercicio 4

Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^2 - 4x + 4}$       b) (1 punto)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1}$

Ejercicio 5

(2 puntos) Determinar si la siguiente matriz es invertible o no y, en caso afirmativo, calcular su matriz inversa:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$$